

**André Freitas A74619  
Cesário Perneta A73883  
João Palmeira A73864  
Sofia Carvalho A76658**

**Trabalho 1**

**MIEI**

**15/10/2016**

Relatório Trabalho Prático MDIO

# Introdução

Este trabalho consiste na construção de um modelo de programação linear para uma empresa de produção de sumos.

Esta empresa produz 3 tipos de sumos de frutas à base de concentrado: laranja, maçã e pêra. E neste trabalho analisaremos o tempo de produção de um dado sumo, tempo de engarrafamento que é realizado num intervalo de tempo miserável; e as quantidades a comprar, a produzir e a armazenar, em cada período e de cada tipo de sumo num período de 12 meses onde consigamos obter um custo global mínimo.

Pretendemos também com este trabalho consolidar os conhecimentos adquiridos na unidade curricular.

# Conteúdo

[Introdução 1](#_Toc463998341)

[Conteúdo 2](#_Toc463998342)

[Parte 1 3](#_Toc463998343)

[Parte 2 27](#_Toc463998344)

[Parte 3 28](#_Toc463998345)

# Parte 1

**1 – Formulação do problema:**

Este problema tem como função objetivo minimizar os custos globais da empresa de produção de sumos através do cálculo do custo de produção de uma unidade de sumo, do custo da compra de uma unidade de concentrado desse sumo usando as variáveis de decisão abaixo apresentadas que representam as quantidades produzidas, armazenadas e compradas de cada tipo de concentrado em cada mês.

As restrições também se encontram devidamente identificadas abaixo.

**2 - Ficheiro de *input*:**

/\* Variáveis de decisão:

i=1->laranja; i=2->maçã; i=3->pêra

xi\_j: quantidade produzida do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ci\_j: quantidade comprada do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

si\_j: quantidade armazenada em stock do sumo i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12

ai\_j: quantidade armazenada em stock do concentrado i no mês j; i=1,2,3; j=1,2,...,12 \*/

/\* Função objectivo: minimizar os custos \*/

min: CusC + CusS + CusStS + CusStC;

/\* Restrições \*/

/\*Final do horizonte de planeamento - os inventários de sumo são os mesmos - j=13 corresponde ao primeiro mes do ano seguinte\*/

s1\_1 = 20;

s2\_1 = 10;

s3\_1 = 10;

/\*Final do horizonte de planeamento - os inventários de concentrado são os mesmos - j=13 corresponde ao primeiro mes do ano seguinte\*/

a1\_1 = 16;

a2\_1 = 8;

a3\_1 = 6;

/\*Quantidade inicial de concentrado\*/

c1\_1 = 0;

c2\_1 = 0;

c3\_1 = 0;

/\* quantidade máxima de sumo produzida por período é 30 \*/

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30;

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30;

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30;

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30;

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30;

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30;

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30;

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30;

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30;

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30;

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30;

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30;

/\* quantidade máxima de sumo armazenada por período é 40 \*/

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40;

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40;

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40;

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40;

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40;

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40;

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40;

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40;

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40;

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40;

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40;

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40;

/\* quantidade máxima de concentrado armazenada por período é 30 \*/

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30;

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30;

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30;

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30;

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30;

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30;

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30;

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30;

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30;

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30;

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30;

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30;

/\* quantidade de sumo armazenada por período corresponde à soma da quantidade produzida com a quantidade armazenada do período anterior menos a quantidade pedida pelo cliente \*/

x1\_1 + 20 - 9 = s1\_2;

x1\_2 + s1\_2 - 9 = s1\_3;

x1\_3 + s1\_3 - 9 = s1\_4;

x1\_4 + s1\_4 - 12 = s1\_5;

x1\_5 + s1\_5 - 16 = s1\_6;

x1\_6 + s1\_6 - 17 = s1\_7;

x1\_7 + s1\_7 - 19 = s1\_8;

x1\_8 + s1\_8 - 19 = s1\_9;

x1\_9 + s1\_9 - 16 = s1\_10;

x1\_10 + s1\_10 - 12 = s1\_11;

x1\_11 + s1\_11 - 10 = s1\_12;

x1\_12 + s1\_12 - 9 = 20;

x2\_1 + 10 - 5 = s2\_2;

x2\_2 + s2\_2 - 5 = s2\_3;

x2\_3 + s2\_3 - 5 = s2\_4;

x2\_4 + s2\_4 - 6 = s2\_5;

x2\_5 + s2\_5 - 8 = s2\_6;

x2\_6 + s2\_6 - 9 = s2\_7;

x2\_7 + s2\_7 - 10 = s2\_8;

x2\_8 + s2\_8 - 10 = s2\_9;

x2\_9 + s2\_9 - 8 = s2\_10;

x2\_10 + s2\_10 - 6 = s2\_11;

x2\_11 + s2\_11 - 5 = s2\_12;

x2\_12 + s2\_12 - 5 = 10;

x3\_1 + 10 - 4 = s3\_2;

x3\_2 + s3\_2 - 4 = s3\_3;

x3\_3 + s3\_3 - 4 = s3\_4;

x3\_4 + s3\_4 - 5 = s3\_5;

x3\_5 + s3\_5 - 6 = s3\_6;

x3\_6 + s3\_6 - 7 = s3\_7;

x3\_7 + s3\_7 - 8 = s3\_8;

x3\_8 + s3\_8 - 8 = s3\_9;

x3\_9 + s3\_9 - 6 = s3\_10;

x3\_10 + s3\_10 - 5 = s3\_11;

x3\_11 + s3\_11 - 4 = s3\_12;

x3\_12 + s3\_12 - 4 = 10;

/\* quantidade de concentrado armazenada por período corresponde à soma da quantidade comprada com a quantidade armazenada do período anterior menos a quantidade de sumo produzida \*/

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2;

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3;

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4;

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5;

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6;

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7;

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8;

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9;

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10;

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11;

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12;

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2;

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3;

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4;

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5;

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6;

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7;

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8;

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9;

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10;

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11;

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12;

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2;

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3;

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4;

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5;

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6;

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7;

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8;

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9;

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10;

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11;

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12;

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6;

/\* Custos Totais \*/

/\*Custos Concentrado\*/

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12;

/\*Custos Sumos\*/

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12;

/\*Custo do Stock de Sumos\*/

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12;

/\*Custo do Stock de Concentrados\*/

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12;

**3 - Ficheiro de *output*:**

****

|  |  |
| --- | --- |
| **Variables** | **result** |
|  | 56086 |
| CusC | 51656 |
| CusS | 3100 |
| CusStS | 1074 |
| CusStC | 256 |
| s1\_1 | 20 |
| s2\_1 | 10 |
| s3\_1 | 10 |
| a1\_1 | 16 |
| a2\_1 | 8 |
| a3\_1 | 6 |
| c1\_1 | 0 |
| c2\_1 | 0 |
| c3\_1 | 0 |
| x1\_1 | 0 |
| x2\_1 | 0 |
| x3\_1 | 0 |
| x1\_2 | 10 |
| x2\_2 | 8 |
| x3\_2 | 5,99999999999998 |
| x1\_3 | 0 |
| x2\_3 | 30 |
| x3\_3 | 0 |
| x1\_4 | 8,99999999999999 |
| x2\_4 | 6,99999999999998 |
| x3\_4 | 7,00000000000004 |
| x1\_5 | 30 |
| x2\_5 | 0 |
| x3\_5 | 0 |
| x1\_6 | 3 |
| x2\_6 | 5,99999999999997 |
| x3\_6 | 15 |
| x1\_7 | 19 |
| x2\_7 | 11,0000000000001 |
| x3\_7 | 0 |
| x1\_8 | 19 |
| x2\_8 | 3,00000000000002 |
| x3\_8 | 7,99999999999999 |
| x1\_9 | 24 |
| x2\_9 | 0 |
| x3\_9 | 6 |
| x1\_10 | 23 |
| x2\_10 | 2,00000000000002 |
| x3\_10 | 5,00000000000001 |
| x1\_11 | 20 |
| x2\_11 | 0 |
| x3\_11 | 9,99999999999997 |
| x1\_12 | 0 |
| x2\_12 | 15 |
| x3\_12 | 8,00000000000002 |
| s1\_2 | 11 |
| s2\_2 | 5 |
| s3\_2 | 6 |
| s1\_3 | 12 |
| s2\_3 | 8 |
| s3\_3 | 7,99999999999998 |
| s1\_4 | 3,00000000000002 |
| s2\_4 | 33 |
| s3\_4 | 3,99999999999998 |
| s1\_5 | 0 |
| s2\_5 | 34 |
| s3\_5 | 6,00000000000002 |
| s1\_6 | 14 |
| s2\_6 | 26 |
| s3\_6 | 0 |
| s1\_7 | 0 |
| s2\_7 | 23 |
| s3\_7 | 8,00000000000001 |
| s1\_8 | 0 |
| s2\_8 | 24 |
| s3\_8 | 0 |
| s1\_9 | 0 |
| s2\_9 | 17 |
| s3\_9 | 0 |
| s1\_10 | 8 |
| s2\_10 | 8,99999999999998 |
| s3\_10 | 0 |
| s1\_11 | 19 |
| s2\_11 | 5,00000000000001 |
| s3\_11 | 0 |
| s1\_12 | 29 |
| s2\_12 | 0 |
| s3\_12 | 5,99999999999996 |
| a1\_2 | 16 |
| a2\_2 | 8 |
| a3\_2 | 6 |
| a1\_3 | 5,99999999999998 |
| a2\_3 | 0 |
| a3\_3 | 0 |
| a1\_4 | 8,99999999999999 |
| a2\_4 | 21 |
| a3\_4 | 0 |
| a1\_5 | 0 |
| a2\_5 | 22,0000000000001 |
| a3\_5 | 4,99999999999995 |
| a1\_6 | 3 |
| a2\_6 | 22,0000000000001 |
| a3\_6 | 4,99999999999995 |
| a1\_7 | 0 |
| a2\_7 | 16,0000000000001 |
| a3\_7 | 0 |
| a1\_8 | 19 |
| a2\_8 | 4,99999999999998 |
| a3\_8 | 0 |
| a1\_9 | 0 |
| a2\_9 | 1,99999999999994 |
| a3\_9 | 6,00000000000001 |
| a1\_10 | 23 |
| a2\_10 | 2,00000000000003 |
| a3\_10 | 0 |
| a1\_11 | 0 |
| a2\_11 | 0 |
| a3\_11 | 0 |
| a1\_12 | 16 |
| a2\_12 | 0 |
| a3\_12 | 14,0000000000001 |
| c1\_2 | 0 |
| c1\_3 | 3 |
| c1\_4 | 0 |
| c1\_5 | 33 |
| c1\_6 | 0 |
| c1\_7 | 38 |
| c1\_8 | 0 |
| c1\_9 | 47 |
| c1\_10 | 0 |
| c1\_11 | 36 |
| c1\_12 | 0 |
| c2\_2 | 0 |
| c2\_3 | 51 |
| c2\_4 | 8,00000000000001 |
| c2\_5 | 0 |
| c2\_6 | 0 |
| c2\_7 | 0 |
| c2\_8 | 0 |
| c2\_9 | 0 |
| c2\_10 | 0 |
| c2\_11 | 0 |
| c2\_12 | 23 |
| c3\_2 | 0 |
| c3\_3 | 0 |
| c3\_4 | 12 |
| c3\_5 | 0 |
| c3\_6 | 10 |
| c3\_7 | 0 |
| c3\_8 | 14 |
| c3\_9 | 0 |
| c3\_10 | 5,00000000000001 |
| c3\_11 | 24 |
| c3\_12 | 0 |

**4 - Plano de Produção:**

**Laranja:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | JAN | FEV | MAR | ABR | MAI | JUN | JUL | AGO | SET | OUT | NOV | DEZ |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 3 | 0 | 33 | 0 | 38 | 0 | 47 | 0 | 36 | 0 |
| Quantidade a produzir  sumo | 0 | 10 | 0 | 9 | 30 | 3 | 19 | 19 | 24 | 23 | 20 | 0 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 16 | 16 | 6 | 8 | 0 | 3 | 0 | 19 | 0 | 23 | 0 | 16 |
| Quantidade armazenar  sumo | 20 | 11 | 12 | 3 | 0 | 14 | 0 | 0 | 0 | 8 | 19 | 29 |
| Venda | 9 | 9 | 9 | 12 | 16 | 17 | 19 | 19 | 16 | 12 | 10 | 9 |

**Maçã:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | JAN | FEV | MAR | ABR | MAI | JUN | JUL | AGO | SET | OUT | NOV | DEZ |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 51 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 23 |
| Quantidade a produzir  sumo | 0 | 8 | 30 | 7 | 0 | 6 | 11 | 3 | 0 | 2 | 0 | 15 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 8 | 8 | 0 | 21 | 22 | 22 | 16 | 5 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| Quantidade armazenar  sumo | 10 | 5 | 8 | 33 | 34 | 26 | 23 | 24 | 17 | 9 | 5 | 0 |
| Venda | 5 | 5 | 5 | 6 | 8 | 9 | 10 | 10 | 8 | 6 | 5 | 5 |

**Pêra:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | JAN | FEV | MAR | ABR | MAI | JUN | JUL | AGO | SET | OUT | NOV | DEZ |
| Quantidade a comprar  concentrado | 0 | 0 | 0 | 12 | 0 | 10 | 0 | 14 | 0 | 5 | 24 | 0 |
| Quantidade a produzir  sumo | 0 | 6 | 0 | 7 | 0 | 15 | 0 | 8 | 6 | 5 | 10 | 8 |
| Quantidade armazenar  concentrado | 6 | 6 | 0 | 0 | 5 | 5 | 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 14 |
| Quantidade armazenar  sumo | 10 | 6 | 8 | 4 | 6 | 0 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| Venda | 4 | 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 | 4 |

**5 – Verificar que é admissível, ou seja, que: i) há conservação de fluxo das quantidades em cada nó da rede, i.e., o fluxo que entra num nó é igual ao fluxo que sai do nó, ii) todas as restrições de capacidade são respeitadas.**

Para efetuar a verificação de que realmente existe conservação de fluxo em relação ás quantidades que saem e entram iremos fazer uma análise fundamentada nos resultados obtidos no LPSolve.

**i)**

**Análise dos concentrados:**

Concentrado de laranja;

c1\_1 + 16 - x1\_1 = a1\_2 ⇔ 0 + 16 – 0 = 16 ⇔ 16 = 16

c1\_2 + a1\_2 - x1\_2 = a1\_3 ⇔ 0 + 16 – 10 = 6 ⇔ 6 = 6

c1\_3 + a1\_3 - x1\_3 = a1\_4 ⇔ 3 + 6 – 0 = 9 ⇔ 9 = 9

c1\_4 + a1\_4 - x1\_4 = a1\_5 ⇔ 0 + 9 – 9 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_5 + a1\_5 - x1\_5 = a1\_6 ⇔ 33 + 0 – 30 = 3 ⇔ 3 = 3

c1\_6 + a1\_6 - x1\_6 = a1\_7 ⇔ 0 + 3 – 3 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_7 + a1\_7 - x1\_7 = a1\_8 ⇔ 38 + 0 – 19 = 19 ⇔ 19 = 19

c1\_8 + a1\_8 - x1\_8 = a1\_9 ⇔ 0 + 19 – 19 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_9 + a1\_9 - x1\_9 = a1\_10 ⇔ 47 + 0 – 24 = 23 ⇔ 23 = 23

c1\_10 + a1\_10 - x1\_10 = a1\_11 ⇔ 0 + 23 – 23 = 0 ⇔ 0 = 0

c1\_11 + a1\_11 - x1\_11 = a1\_12 ⇔ 36 + 0 – 20 = 16 ⇔ 16 = 16

c1\_12 + a1\_12 - x1\_12 = 16 ⇔ 0 + 16 – 0 = 16 ⇔ 16 = 16

Concentrado de maçã;

c2\_1 + 8 - x2\_1 = a2\_2 ⇔ 0 + 8 – 0 = 8 ⇔ 8 = 8

c2\_2 + a2\_2 - x2\_2 = a2\_3 ⇔ 0 + 8 – 8 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_3 + a2\_3 - x2\_3 = a2\_4 ⇔ 51 + 0 – 30 = 21 ⇔ 21 = 21

c2\_4 + a2\_4 - x2\_4 = a2\_5 ⇔ 8 + 21 – 7 = 22 ⇔ 22 = 22

c2\_5 + a2\_5 - x2\_5 = a2\_6 ⇔ 0 + 22 – 0 = 22 ⇔ 22 = 22

c2\_6 + a2\_6 - x2\_6 = a2\_7 ⇔ 0 + 22 – 6 = 16 ⇔ 16 = 16

c2\_7 + a2\_7 - x2\_7 = a2\_8 ⇔ 0 + 16 – 11 = 5 ⇔ 5 = 5

c2\_8 + a2\_8 - x2\_8 = a2\_9 ⇔ 0 + 5 – 3 = 2 ⇔ 2 = 2

c2\_9 + a2\_9 - x2\_9 = a2\_10 ⇔ 0 + 2 – 0 = 2 ⇔ 2 = 2

c2\_10 + a2\_10 - x2\_10 = a2\_11 ⇔ 0 + 2 – 2 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_11 + a2\_11 - x2\_11 = a2\_12 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c2\_12 + a2\_12 - x2\_12 = 8 ⇔ 23 + 0 – 15 = 8 ⇔ 8 = 8

Concentrado de pêra;

c3\_1 + 6 - x3\_1 = a3\_2 ⇔ 0 + 6 – 0 = 6 ⇔ 6 = 6

c3\_2 + a3\_2 - x3\_2 = a3\_3 ⇔ 0 + 6 – 6 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_3 + a3\_3 - x3\_3 = a3\_4 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_4 + a3\_4 - x3\_4 = a3\_5 ⇔ 12 + 0 – 7 = 5 ⇔ 5 = 5

c3\_5 + a3\_5 - x3\_5 = a3\_6 ⇔ 0 + 5 – 0 = 5 ⇔ 5 = 5

c3\_6 + a3\_6 - x3\_6 = a3\_7 ⇔ 10 + 5 – 15 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_7 + a3\_7 - x3\_7 = a3\_8 ⇔ 0 + 0 – 0 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_8 + a3\_8 - x3\_8 = a3\_9 ⇔ 14 + 0 – 8 = 6 ⇔ 6 = 6

c3\_9 + a3\_9 - x3\_9 = a3\_10 ⇔ 0 + 6 – 6 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_10 + a3\_10 - x3\_10 = a3\_11 ⇔ 5 + 0 – 5 = 0 ⇔ 0 = 0

c3\_11 + a3\_11 - x3\_11 = a3\_12 ⇔ 24 + 0 – 10 = 14 ⇔ 14 = 14

c3\_12 + a3\_12 - x3\_12 = 6 ⇔ 0 + 14 – 8 = 6 ⇔ 6 = 6

**Análise dos sumos:**

Sumo de laranja;

x1\_1 + 20 - 9 = s1\_2 ⇔ 0 + 20 – 9 = 11 ⇔ 11 = 11

x1\_2 + s1\_2 - 9 = s1\_3 ⇔ 10 + 11 – 9 = 12 ⇔ 12 = 12

x1\_3 + s1\_3 - 9 = s1\_4 ⇔ 0 + 12 – 9 = 3 ⇔ 3 = 3

x1\_4 + s1\_4 - 12 = s1\_5 ⇔ 9 + 3 – 12 = 0 ⇔ 0 = 0

x1\_5 + s1\_5 - 16 = s1\_6 ⇔ 30 + 0 – 16 = 14 ⇔ 14 = 14

x1\_6 + s1\_6 - 17 = s1\_7 ⇔ 3 + 14 – 17 = 0 ⇔ 0 = 0

x1\_7 + s1\_7 - 19 = s1\_8 ⇔ 0 + 20 – 9 = 11 ⇔ 11 = 11

x1\_8 + s1\_8 - 19 = s1\_9 ⇔ 19 + 0 – 19 = 0 ⇔ 0 = 0

x1\_9 + s1\_9 - 16 = s1\_10 ⇔ 24 + 0 – 16 = 8 ⇔ 8 = 8

x1\_10 + s1\_10 - 12 = s1\_11 ⇔ 23 + 8 – 12 = 19 ⇔ 19 = 19

x1\_11 + s1\_11 - 10 = s1\_12 ⇔ 20 + 19 – 10 = 29 ⇔ 29 = 29

x1\_12 + s1\_12 - 9 = 20 ⇔ 0 + 29 – 9 = 20 ⇔ 20 = 20

Sumo de maçã;

x2\_1 + 10 - 5 = s2\_2 ⇔ 0 + 10 – 5 = 5 ⇔ 5 = 5

x2\_2 + s2\_2 - 5 = s2\_3 ⇔ 8 + 5 – 5 = 8 ⇔ 8 = 8

x2\_3 + s2\_3 - 5 = s2\_4 ⇔ 30 + 8 – 5 = 33 ⇔ 33 = 33

x2\_4 + s2\_4 - 6 = s2\_5 ⇔ 7 + 33 – 6 = 34 ⇔ 34 = 34

x2\_5 + s2\_5 - 8 = s2\_6 ⇔ 0 + 34 – 8 = 26 ⇔ 26 = 26

x2\_6 + s2\_6 - 9 = s2\_7 ⇔ 6 + 26 – 9 = 23 ⇔ 23 = 23

x2\_7 + s2\_7 - 10 = s2\_8 ⇔ 11 + 23 – 10 = 24 ⇔ 24 = 24

x2\_8 + s2\_8 - 10 = s2\_9 ⇔ 3 + 24 – 10 = 17 ⇔ 17 = 17

x2\_9 + s2\_9 - 8 = s2\_10 ⇔ 0 + 17 – 8 = 9 ⇔ 9 = 9

x2\_10 + s2\_10 - 6 = s2\_11 ⇔ 2 + 9 – 6 = 5 ⇔ 5 = 5

x2\_11 + s2\_11 - 5 = s2\_12 ⇔ 0 + 5 – 5 = 0 ⇔ 0 = 0

x2\_12 + s2\_12 - 5 = 10 ⇔ 15 + 0 – 5 = 10 ⇔ 10 = 10

Sumo de perâ:

x3\_1 + 10 - 4 = s3\_2 ⇔ 0 + 10 – 4 = 6 ⇔ 6 = 6

x3\_2 + s3\_2 - 4 = s3\_3 ⇔ 6 + 6 – 4 = 8 ⇔ 8 = 8

x3\_3 + s3\_3 - 4 = s3\_4 ⇔ 0 + 8 – 4 = 4 ⇔ 4 = 4

x3\_4 + s3\_4 - 5 = s3\_5 ⇔ 7 + 4 – 5 = 6 ⇔ 6 = 6

x3\_5 + s3\_5 - 6 = s3\_6 ⇔ 0 + 6 – 6 = 0 ⇔ 0 = 0

x3\_6 + s3\_6 - 7 = s3\_7 ⇔ 15 + 0 – 7 = 8 ⇔ 8 = 8

x3\_7 + s3\_7 - 8 = s3\_8 ⇔ 0 + 8 – 8 = 0 ⇔ 0 = 0

x3\_8 + s3\_8 - 8 = s3\_9 ⇔ 8 + 0 – 8 = 0 ⇔ 0 = 0

x3\_9 + s3\_9 - 6 = s3\_10 ⇔ 6 + 0 – 6 = 0 ⇔ 0 = 0

x3\_10 + s3\_10 - 5 = s3\_11 ⇔ 5 + 0 – 5 = 0 ⇔ 0 = 0

x3\_11 + s3\_11 - 4 = s3\_12 ⇔ 10 + 0 – 4 = 6 ⇔ 6 = 6

x3\_12 + s3\_12 - 4 = 10 ⇔ 8 + 6 – 4 = 10 ⇔ 10 = 10

**ii)**

**São respeitadas todas as restrições de capacidade.**

**Demonstração algébrica e análise das restrições:**

Quantidade máxima de sumo produzida por período é 30;

x1\_1 + x2\_1 + x3\_1 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30

x1\_2 + x2\_2 + x3\_2 <= 30 ⇔ 10 + 8 + 6 <= 30

x1\_3 + x2\_3 + x3\_3 <= 30 ⇔ 0 + 30 + 0 <= 30

x1\_4 + x2\_4 + x3\_4 <= 30 ⇔ 9 + 7 + 7 <= 30

x1\_5 + x2\_5 + x3\_5 <= 30 ⇔ 30 + 0 + 0 <= 30

x1\_6 + x2\_6 + x3\_6 <= 30 ⇔ 3 + 6 + 15 <= 30

x1\_7 + x2\_7 + x3\_7 <= 30 ⇔ 19 + 11 + 0 <= 30

x1\_8 + x2\_8 + x3\_8 <= 30 ⇔ 19 + 3 + 8 <= 30

x1\_9 + x2\_9 + x3\_9 <= 30 ⇔ 24 + 0 + 6 <= 30

x1\_10 + x2\_10 + x3\_10 <= 30 ⇔ 23 + 2 + 5 <= 30

x1\_11 + x2\_11 + x3\_11 <= 30 ⇔ 20 + 0 + 10 <= 30

x1\_12 + x2\_12 + x3\_12 <= 30 ⇔ 0 + 15 + 8 <= 30

Todas as restrições VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de sumo armazenada por período é 40;

s1\_1 + s2\_1 + s3\_1 <= 40 ⇔ 20 + 10 + 10 <= 40

s1\_2 + s2\_2 + s3\_2 <= 40 ⇔ 11 + 5 + 6 <= 40

s1\_3 + s2\_3 + s3\_3 <= 40 ⇔ 12 + 8 + 8 <= 40

s1\_4 + s2\_4 + s3\_4 <= 40 ⇔ 3 + 33 + 6 <= 40

s1\_5 + s2\_5 + s3\_5 <= 40 ⇔ 0 + 34 + 6 <= 40

s1\_6 + s2\_6 + s3\_6 <= 40 ⇔ 14 + 26 + 0 <= 40

s1\_7 + s2\_7 + s3\_7 <= 40 ⇔ 0 + 23 + 8 <= 40

s1\_8 + s2\_8 + s3\_8 <= 40 ⇔ 0 + 24 + 0 <= 40

s1\_9 + s2\_9 + s3\_9 <= 40 ⇔ 0 + 17 + 0 <= 40

s1\_10 + s2\_10 + s3\_10 <= 40 ⇔ 8 + 9 + 0 <= 40

s1\_11 + s2\_11 + s3\_11 <= 40 ⇔ 19 + 5 + 0 <= 40

s1\_12 + s2\_12 + s3\_12 <= 40 ⇔ 29 + 0 + 6 <= 40

Todas as restrições VERDADEIRAS.

Quantidade máxima de concentrado armazenada por período é 30;

a1\_1 + a2\_1 + a3\_1 <= 30 ⇔ 16 + 8 + 6 <= 30

a1\_2 + a2\_2 + a3\_2 <= 30 ⇔ 16 + 8 + 6 <= 30

a1\_3 + a2\_3 + a3\_3 <= 30 ⇔ 6 + 0 + 0 <= 30

a1\_4 + a2\_4 + a3\_4 <= 30 ⇔ 9 + 21 + 0 <= 30

a1\_5 + a2\_5 + a3\_5 <= 30 ⇔ 0 + 22 + 5 <= 30

a1\_6 + a2\_6 + a3\_6 <= 30 ⇔ 3 + 22 + 5 <= 30

a1\_7 + a2\_7 + a3\_7 <= 30 ⇔ 0 + 16 + 0 <= 30

a1\_8 + a2\_8 + a3\_8 <= 30 ⇔ 19 + 5 + 0 <= 30

a1\_9 + a2\_9 + a3\_9 <= 30 ⇔ 0 + 2 + 6 <= 30

a1\_10 + a2\_10 + a3\_10 <= 30 ⇔ 23 + 2 + 0 <= 30

a1\_11 + a2\_11 + a3\_11 <= 30 ⇔ 0 + 0 + 0 <= 30

a1\_12 + a2\_12 + a3\_12 <= 30 ⇔ 16 + 0 + 14 <= 30

Todas as restrições VERDADEIRAS.

**6 – Mostrar que o custo da solução ótima está correto, calculando separadamente, para cada tipo de sumo, os custos de compra de concentrado, de produção e armazenamento, e mostrando que a soma dos custos para os três produtos tem um valor igual ao da solução ótima.**

**Cálculo dos custos do concentrado:**

CusC = 180\*c1\_1 + 200\*c1\_2 + 180\*c1\_3 + 200\*c1\_4 + 180\*c1\_5 + 200\*c1\_6 + 180\*c1\_7 + 200\*c1\_8 + 180\*c1\_9 + 200\*c1\_10 + 180\*c1\_11 + 200\*c1\_12 + 231c2\_1 + 199c2\_2 + 187c2\_3 + 198c2\_4 + 210c2\_5 + 208c2\_6 + 211c2\_7 + 220c2\_8 + 217c2\_9 + 216c2\_10 + 221c2\_11 + 217c2\_12 + 116c3\_1 + 116c3\_2 + 124c3\_3 + 120c3\_4 + 132c3\_5 + 128c3\_6 + 136c3\_7 + 116c3\_8 + 120c3\_9 + 108c3\_10 + 100c3\_11 + 116c3\_12 = 180\*0 + 200\*0 + 180\*3 + 200\*0 + 180\*33 + 200\*0 + 180\*38 + 200\*0 + 180\*47 + 200\*0 + 180\*36 + 200\*0 + 231\*0 + 199\*0 + 187\*51 + 198\*8 + 210\*0 + 208\*0 + 211\*0 + 220\*0 + 217\*0 + 216\*0 + 221\*0 + 217\*23 + 116\*0 + 116\*0 + 124\*0 + 120\*12 + 132\*0 + 128\*10 + 136\*0 + 116\*14 + 120\*0 + 108\*5 + 100\*24 + 116\*0 = 51656

**Cálculos dos custos do sumo:**

CusS = 10\*x1\_1 + 10\*x2\_1 + 10\*x3\_1 + 10\*x1\_2 + 10\*x2\_2 + 10\*x3\_2 + 10\*x1\_3 + 10\*x2\_3 + 10\*x3\_3 + 10\*x1\_4 + 10\*x2\_4 + 10\*x3\_4 + 10\*x1\_5 + 10\*x2\_5 + 10\*x3\_5 + 10\*x1\_6 + 10\*x2\_6 + 10\*x3\_6 + 10\*x1\_7 + 10\*x2\_7 + 10\*x3\_7 + 12\*x1\_8 + 12\*x2\_8 + 12\*x3\_8 + 10\*x1\_9 + 10\*x2\_9 + 10\*x3\_9 + 10\*x1\_10 + 10\*x2\_10 + 10\*x3\_10 + 10\*x1\_11 + 10\*x2\_11 + 10\*x3\_11 + 10\*x1\_12 + 10\*x2\_12 + 10\*x3\_12 = 10\*0 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*10 + 10\*8 + 10\*6 + 10\*0 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*9 + 10\*7 + 10\*7 + 10\*30 + 10\*0 + 10\*0 + 10\*3 + 10\*6 + 10\*15 + 10\*19 + 10\*11 + 10\*0 + 12\*19 + 12\*3 + 12\*8 + 10\*24 + 10\*0 + 10\*6 + 10\*23 + 10\*2 + 10\*5 + 10\*20 + 10\*0 + 10\*10 + 10\*0 + 10\*15 + 10\*8 = 3100

**Cálculo dos custos do *stock* de sumos:**

CusStS = 3\*s1\_1 + 3\*s1\_2 + 3\*s1\_3 + 3\*s1\_4 + 3\*s1\_5 + 3\*s1\_6 + 3\*s1\_7 + 3\*s1\_8 + 3\*s1\_9 + 3\*s1\_10 + 3\*s1\_11 + 3\*s1\_12 + 3\*s2\_1 + 3\*s2\_2 + 3\*s2\_3 + 3\*s2\_4 + 3\*s2\_5 + 3\*s2\_6 + 3\*s2\_7 + 3\*s2\_8 + 3\*s2\_9 + 3\*s2\_10 + 3\*s2\_11 + 3\*s2\_12 + 3\*s3\_1 + 3\*s3\_2 + 3\*s3\_3 + 3\*s3\_4 + 3\*s3\_5 + 3\*s3\_6 + 3\*s3\_7 + 3\*s3\_8 + 3\*s3\_9 + 3\*s3\_10 + 3\*s3\_11 + 3\*s3\_12 = 3\*20 + 3\*11 + 3\*12 + 3\*3 + 3\*0 + 3\*14 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*8 + 3\*19 + 3\*29 + 3\*10 + 3\*5 + 3\*8 + 3\*33 + 3\*34 + 3\*26 + 3\*23 + 3\*24 + 3\*17 + 3\*9 + 3\*5 + 3\*0 + 3\*10 + 3\*6 + 3\*8 + 3\*4 + 3\*6 + 3\*0 + 3\*8 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*0 + 3\*6 = 1074

**Cálculo dos custos do *stock* de concentrados:**

(Como o custo de posse de inventário é de 1 U.M/U.E.período, é compreensível a multiplicção por 1.)

CusStC = 1\*a1\_1 + 1\*a1\_2 + 1\*a1\_3 + 1\*a1\_4 + 1\*a1\_5 + 1\*a1\_6 + 1\*a1\_7 + 1\*a1\_8 + 1\*a1\_9 + 1\*a1\_10 + 1\*a1\_11 + 1\*a1\_12 + 1\*a2\_1 + 1\*a2\_2 + 1\*a2\_3 + 1\*a2\_4 + 1\*a2\_5 + 1\*a2\_6 + 1\*a2\_7 + 1\*a2\_8 + 1\*a2\_9 + 1\*a2\_10 + 1\*a2\_11 + 1\*a2\_12 + 1\*a3\_1 + 1\*a3\_2 + 1\*a3\_3 + 1\*a3\_4 + 1\*a3\_5 + 1\*a3\_6 + 1\*a3\_7 + 1\*a3\_8 + 1\*a3\_9 + 1\*a3\_10 + 1\*a3\_11 + 1\*a3\_12 = 1\*16 + 1\*16 + 1\*6 + 1\*9 + 1\*0 + 1\*3 + 1\*0 + 1\*19 + 1\*0 + 1\*23 + 1\*0 + 1\*16 + 1\*8 + 1\*8 + 1\*0 + 1\*21 + 1\*22 + 1\*22 + 1\*16 + 1\*5 + 1\*2 + 1\*2 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*6 + 1\*6 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*5 + 1\*5 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*6 + 1\*0 + 1\*0 + 1\*14 = 256

**Cálculo total dos custos:**

(Cálculo da função objetivo)

min = CusC + CusS + CusStS + CusStC = 51656 + 3100 + 1074 + 256 = 56086

Logo os cálculos que foram efetuados no LPSOLVE têm exatamente o mesmo resultado que aqueles que acabamos de calcular.

# Parte 2

# Parte 3